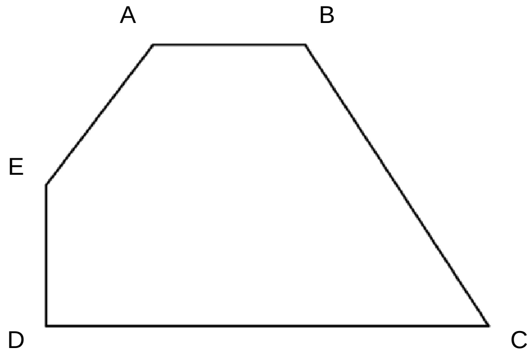
GEOMETRIA GRÁFICA

01. Em um loteamento urbano, o pentágono ABCDE representa a planta de um terreno plano cujo lado AB mede 10m. Sobre este lote, podemos afirmar:

0-0) A planta está desenhada numa escala cujo título está entre 1/300 e 1/400.
1-1) Sua área é superior a 3 ares.
2-2) Seu perímetro é menor que 1 hm.
3-3) O maior ângulo interno é o do vértice B.
4-4) O maior círculo inscrito no pentágono não tem área maior que 300m^2.

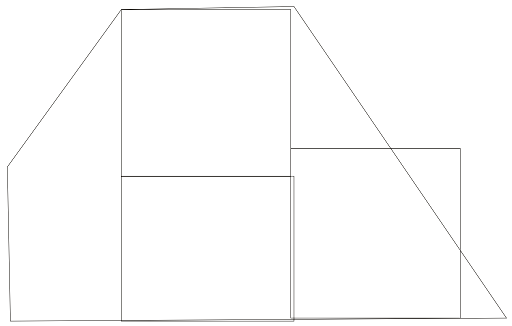


Resposta: FVVFV

Justificativa:

O candidato precisará usar a escala linear. Quanto ao transferidor, seu uso adequado permitirá obter um,a resposta mais rápida; mas o uso do compasso possibilita comparar os ângulos.

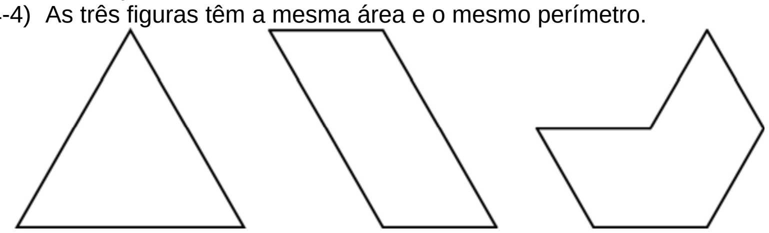
Com uma percepção visual aguçada, o candidato poderá perceber a veracidade ou falsidade de todos os itens, sem utilizar instrumentos de desenho, pois as quantidades citadas não estão muito próximas do limite. Para um procedimento inteiramente matemático o candidato deverá saber lidar com os instrumentos de desenho para obter relações de paralelismo e perpendicularidade, bem como medidas lineares e angulares.



0-0) FALSA, pois a escala é (aproximadamente) 1/500. No desenho, AB mede em torno de 2 centímetros; ou seja, cada centímetro na figura equivale a 5 metros, ou 500 centímetros, no terreno.
1-1) VERDADEIRA, pois no interior do pentágono cabe bem mais que a área de três quadrados de lado AB, de área medindo 1a, na escala da figura. A área é pouco mais que 3,8a.
2-2) VERDADEIRA, pois a soma dos lados é bem menor que 100m (é pouco menos que 85m).
3-3) FALSA, pois o maior ângulo está no vértice E, medindo 143º (o ângulo em B mede 123º).
4-4) VERDADEIRA, pois o diâmetro do maior círculo inscrito é a distância entre AB e seu paralelo CD, cuja área mede aproximadamente $260m^2$.

02. Os três polígonos abaixo podem ser divididos em triângulos eqüiláteros. Podemos afirmar que:

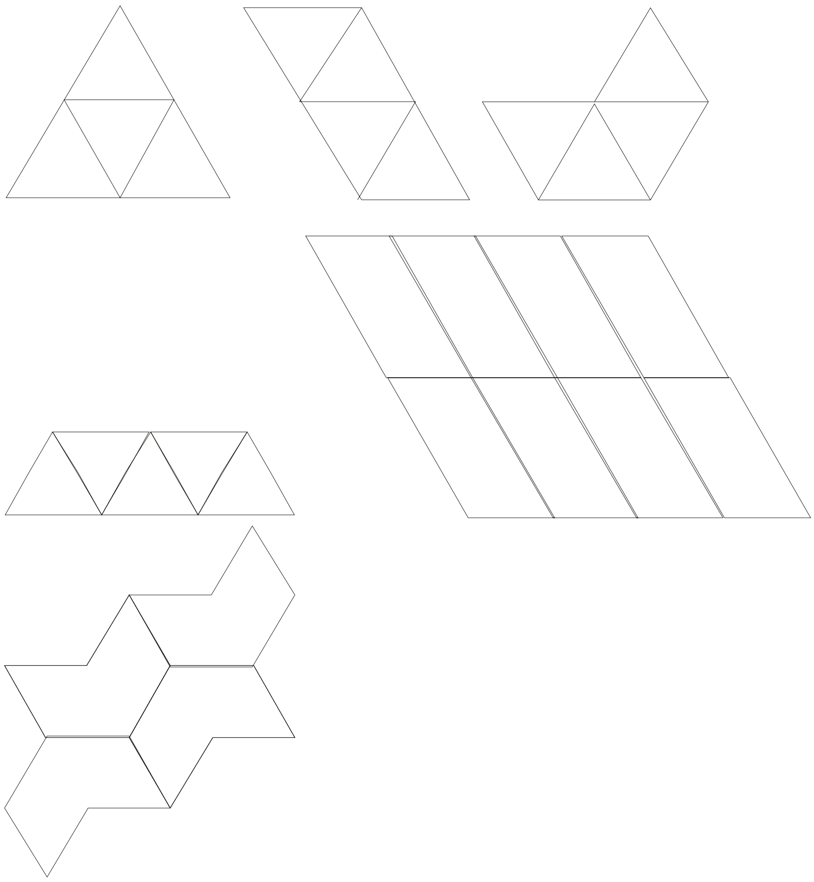
0-0) Todas as três figuras resultam da planificação de um tetraedro regular.
1-1) Todas as três figuras possuem eixo de simetria.
2-2) Todas as três figuras possuem centro de simetria.
3-3) Cada uma delas, repetindo-se por translações e rotações, preenche todo o espaço bidimensional, formando uma malha plana.
4-4) As três figuras têm a mesma área e o mesmo perímetro.



Resposta: FFFVV

Justificativa:

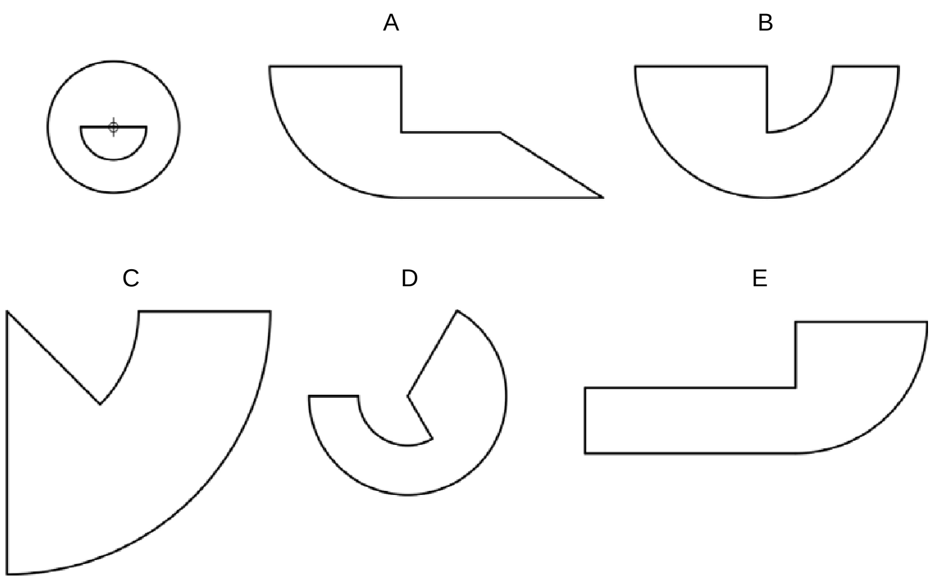
O candidato pode usar a régua para dividir os polígonos em triângulos eqüiláteros. Rascunhando com as três figuras e conhecendo a forma do tetraedro regular, poderá facilmente responder a toda esta questão.



0-0) FALSA, pois a terceira figura reuniria os quatro triângulos eqüiláteros em um mesmo vértice, o que não pode acontecer com o tetraedro.
1-1) FALSA, pois a segunda figura não tem eixo de simetria.
2-2) FALSA, pois a terceira figura não tem centro, e o centro da primeira não é de simetria.
3-3) VERDADEIRA, A primeira figura repete-se por rotação; a segunda por translação e, a terceira, por rotações e translações.
4-4) VERDADEIRA, pois a área de cada uma mede quatro vezes a área de cada triângulo equilátero, e o seu perímetro mede seis vezes o comprimento de seu lado..

03. A primeira figura abaixo é uma vista ortogonal de um cone de revolução cortado parcialmente. A planificação da superfície lateral curva pode variar com a altura do cone, tomando a forma de algumas das figuras seguintes (A, B, C, D e/ou E):

0-0) Pode ter a forma da figura A.
1-1) Pode ter a forma da figura B.
2-2) Pode ter a forma da figura C.
3-3) Pode ter a forma da figura D.
4-4) Pode ter a forma da figura E.



Resposta: FVVVF

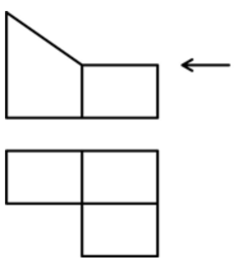
Justificativa:

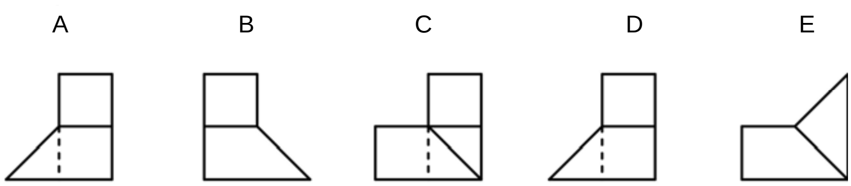
O candidato precisará usar a escala linear e o transferidor ou o compasso para ter certeza da veracidade de algumas das figuras, como a planificação do cone, apesar de poder confiar na sua percepção visual, usando apenas o compasso para maior segurança.

0-0) FALSA, pois a planificação do cone de revolução tem a forma de um setor circular.
1-1) VERDADEIRA, pois a geratriz do cone inteiro mede o dobro do raio da base.
2-2) VERDADEIRA, pois a geratriz do cone inteiro mede quatro vezes o raio da base.
3-3) VERDADEIRA, pois a geratriz do cone inteiro mede 3/2 do raio da base.
4-4) FALSA, pois não há porção cilíndrica no cone cortado.

04. As primeiras figuras abaixo são as vistas ortogonais, frontal e superior, de um poliedro recortado de um paralelepípedo retângulo. Sua vista lateral direita (na direção da seta) pode ser:

0-0) A figura A.
1-1) A figura B.
2-2) A figura C.
3-3) A figura D.
4-4) A figura E.





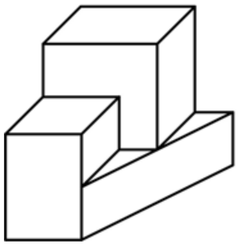
Resposta: VFVVF

Justificativa:

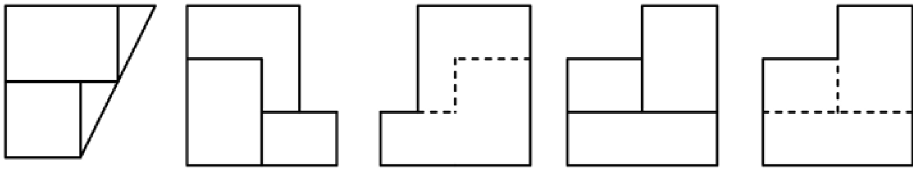
O candidato precisará apenas de visão espacial e do conhecimento da posição relativa das vistas ortogonais. O sólido é um exemplo da insuficiência de duas vistas para representar uma forma tridimensional.

0-0) VERDADEIRA.
1-1) FALSA.
2-2) VERDADEIRA.
3-3) VERDADEIRA.
4-4) FALSA.

05. A primeira figura abaixo é uma representação cavaleira de um edifício. As demais podem ser vistas ortogonais desse mesmo prédio.



A B C D E



0-0) A figura A é a vista superior.
1-1) A figura B é a vista de frente.
2-2) A figura C é a vista posterior.
3-3) A figura D é a vista lateral direita.
4-4) A figura E é a vista lateral esquerda.

Resposta: VVFVF

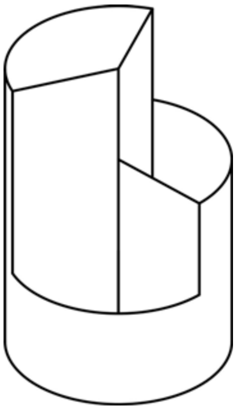
Justificativa:

O candidato precisará apenas da visão espacial e de conhecimento do funcionamento da representação cavaleira e do seu relacionamento com as vistas ortogonais. Conferindo as dimensões lineares com a escala linear, terá mais confiança em sua resposta.

0-0) VERDADEIRA.
1-1) VERDADEIRA.
2-2) FALSA, pois falta uma linha tracejada.
3-3) VERDADEIRA.
4-4) FALSA, pois está invertida.

06. Uma floreira de vidro, recortada de um cilindro reto, é dividida internamente por três planos que se interceptam no eixo cilíndrico, como mostra a figura. Tais planos dividem a base em partes iguais. A altura total do vaso também fica dividida em partes iguais, cada uma com medida igual ao raio da base. O volume de água necessário para encher completamente o compartimento mais baixo da floreira é 1 litro. A respeito deste vaso, desprezando a espessura do vidro, vale afirmar:

0-0) A medida do volume total de água que pode acumular, em dm^3, é 2π .
1-1) Sua superfície curva tem área igual à da superfície lateral de um cilindro inteiro, com 2/3 da altura do vaso.
2-2) Supondo todo o vidro com a mesma espessura, nele se gastou mais vidro que com um cilindro inteiro, com a mesma altura mas sem os planos divisórios.
3-3) A área da base da floreira mede a metade da sua área lateral.
4-4) Se houver comunicação, junto à base, entre o compartimento médio e o maior, a floreira poderá acumular, sem derramar, 6 litros d´água.



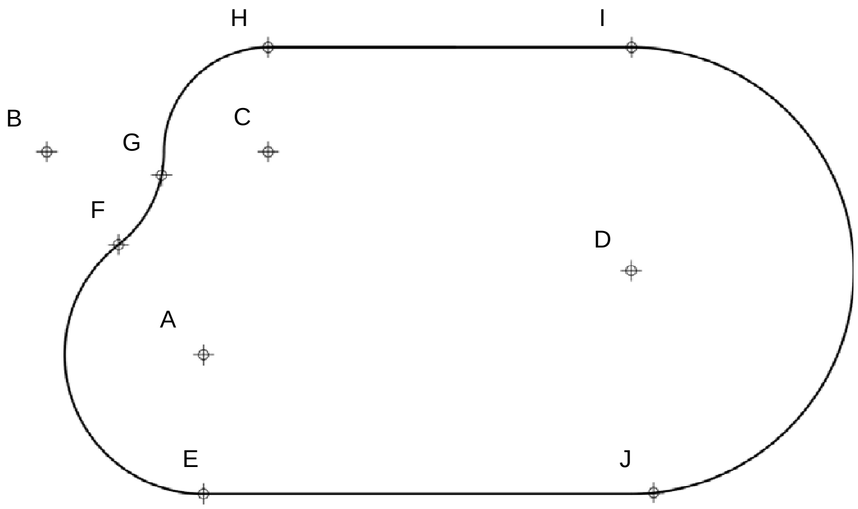
Resposta: FVVFF

Justificativa:

O candidato precisará apenas da visão espacial para identificar as porções de cilindro de revolução que compõem a floreira, e conhecer a forma matemática de área superficial e volume de tais recipientes.

0-0) FALSA, pois o volume é 6 litros.
1-1) VERDADEIRA, pois é $4\pi r^2$, chamando de r a medida do raio da base.
2-2) VERDADEIRA, pois no cilindro inteiro a área lateral é $6\pi r^2$, enquanto no vaso a área de vidro é $4\pi r^2 + 8r^2 = (4\pi + 8)r^2$.
3-3) FALSA, pois a área da base é πr^2 e a lateral é $4\pi r^2$.
4-4) FALSA, pois só acumularia 5l (1litro no compartimento mais baixo e 2litros nos outros dois).

07. No design de um aparelho eletrônico, foi usado o perfil da figura abaixo, composto de arcos de circunferência, centrados em A, B, C e D, e segmentos de reta HI e EJ. Na união destas linhas há concordância nos pontos:



0-0) E.
1-1) F.
2-2) G.
3-3) H.
4-4) J.

Resposta: VVFVF

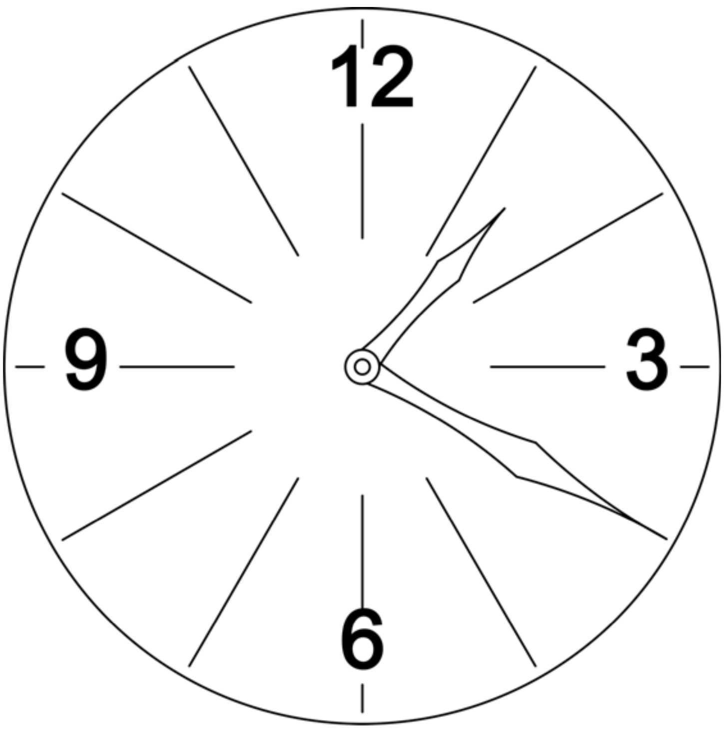
Justificativa:

O candidato só precisará de uma régua para testar o alinhamento do ponto de união dos dois arcos com os centros desses arcos, e de transferidor ou compasso para testar a perpendicularidade ao segmento, do raio do arco que a ele se une, no ponto de união.

0-0) VERDADEIRA, pois AE é perpendicular a EJ.
1-1) VERDADEIRA, pois A, B e F estão alinhados.
2-2) FALSA, pois BGC não é uma reta.
3-3) VERDADEIRA, pois CH é perpendicular a HI.
4-4) FALSA, pois DJ não é perpendicular a EJ.

08. Um relógio está com seus ponteiros na disposição da figura. Se o ponteiro dos minutos está ajustado, podemos afirmar:

0-0) Seu ponteiro das horas está atrasado em relação aos minutos marcados pelo ponteiro maior.
1-1) O ângulo entre os ponteiros deve medir 80^o, quando o ponteiro menor estiver ajustado.
2-2) O ângulo que o ponteiro das horas, agora, está formando com sua posição às 12 horas, mede $\pi/4$ radianos.
3-3) Às 12 horas, o ponteiro dos minutos formava menos de 130 grados com sua atual posição.
4-4) Daqui a dez minutos, o ponteiro maior estará fazendo um ângulo de 60^o com sua posição atual.



Resposta: FVFFV

Justificativa:

O candidato precisará usar um transferidor para medir o ângulo na figura, embora possa arriscar uma resposta confiando apenas na sua percepção visual, ou usar o compasso para construções geométricas.

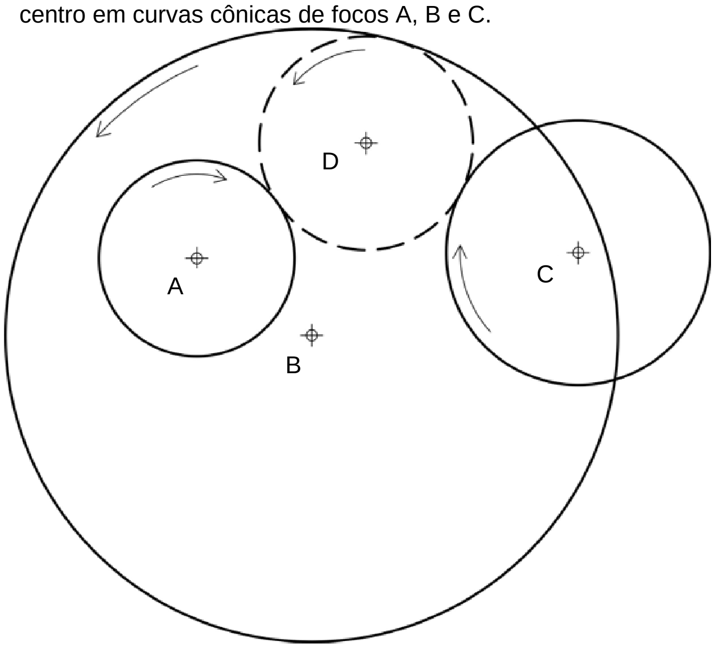
0-0) FALSA, pois na verdade o ponteiro menor está adiantado, já que seu ângulo com o ponteiro maior deveria ser de 80^o, e está menor na figura.
1-1) VERDADEIRA.
2-2) FALSA, pois, mesmo que estivesse ajustado, o ângulo citado seria de 40^o, diferente de $\pi/4$ radianos.
3-3) FALSA, pois o ângulo seria de 12^o, ou $1/3$ de volta, isto é, $1/3$ de 400gr.
4-4) VERDADEIRA, pois 10 minutos é $1/6$ de volta do ponteiro maior.

09. Um motor gira a carreta de centro A no sentido horário. Ela deve transmitir movimento às engrenagens de centros B e C, através de carretas tangentes, por dentro ou por fora, como aquela de centro D, representada em linha tracejada na figura.

Note que esta engrenagem de centro D gira em sentido anti-horário, fazendo a de centro C girar no sentido horário, e a de centro B em sentido anti-horário.

Há outras engrenagens como a de centro D, tangentes àquelas de centros A, B e C. Sobre elas, podemos afirmar:

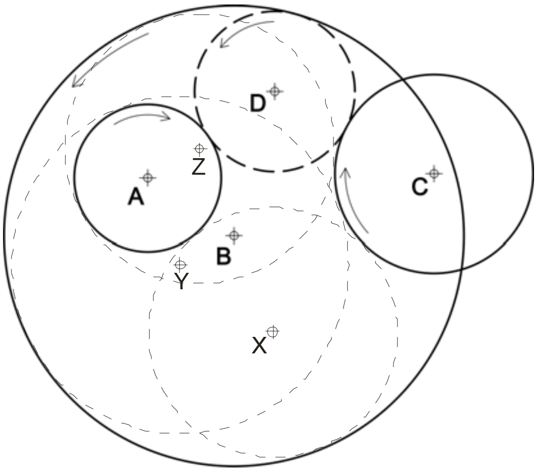
0-0) Há mais três carretas, além daquela de centro D.
1-1) Pelo menos uma engrenagem faz girar no sentido horário as de centros B e C.
2-2) Não há carreta que gire todas as engrenagens no mesmo sentido.
3-3) Duas carretas fazem a de centro B girar no sentido horário.
4-4) Todas as engrenagens tangentes àquelas de centros A, B e C têm seu centro em curvas cônicas de focos A, B e C.



Resposta: VFVVV

Justificativa:

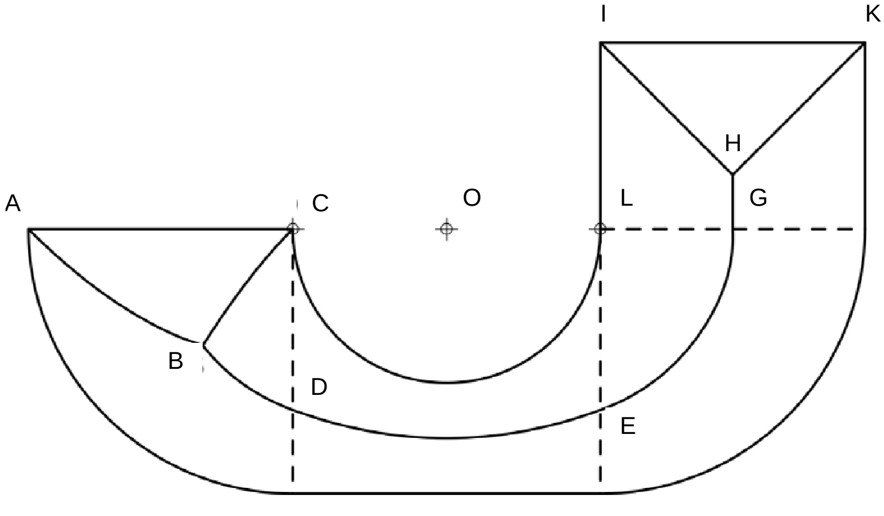
O candidato só precisará visualizar as circunferências tangentes às três dadas na figura, e seu sentido de giro. Precisa saber sobre lugares geométricos de eqüidistância de duas circunferências.



0-0) VERDADEIRA, pois haverá outra carreta tangenciando a de centro A sem envolvê-la, e mais duas envolvendo a engrenagem de centro A. Todas estarão tangenciando a de centro B por dentro.
1-1) FALSA, pois cada carreta gira as de centros B e C em sentido contrários.
2-2) VERDADEIRA.
3-3) VERDADEIRA, pois acontece para as duas carretas que envolvem a de centro A.
4-4) VERDADEIRA, pois o lugar geométrico de seus centros é hipérbole, para tangentes às de centros A e C, e elipse, para as tangentes às de centros A e B.

10. Em um alfabeto gráfico, a letra J tem o contorno da figura abaixo, com lados retos e curvos. Estes são arcos de circunferência de centros C, O e L. Para dar relevo à letra, foi traçado no seu interior o lugar geométrico dos pontos eqüidistantes do contorno. Ele é composto de segmentos de reta e de arcos de curvas cônicas. A seu respeito, podemos afirmar:

0-0) HI e HK são bissetrizes dos ângulos retilíneos do contorno.
1-1) AB e BC são arcos de parábola.
2-2) BD é arco de elipse.
3-3) DE é arco de hipérbole.
4-4) EG é arco de parábola.



Resposta: VVVFF

Justificativa:

O candidato não precisará usar instrumentos de desenho. Só precisa conhecer os lugares geométricos de eqüidistância de duas retas, de reta e circunferência, e de duas circunferências.

0-0) VERDADEIRA pois as bissetrizes de ângulos retilíneos são retas, e os ângulos em I e K valem 90º.
1-1) VERDADEIRA, pois são parábolas de foco em C e O, com diretrizes paralelas a AC.
2-2) VERDADEIRA, pois é elipse de focos O e C.
3-3) FALSA, pois é arco de parábola, de foco O e diretriz paralela ao contorno.
4-4) FALSA, pois é arco de elipse de focos O e L.

11. Decifre a charada: “No século passado, tínhamos dois eixos de simetria e um centro de simetria, mas neste século só temos um eixo de simetria”.

Baseado neste enigma, você pode perceber a veracidade ou falsidade das seguintes “profecias”:

0-0) Nos dois próximos séculos, só teremos um eixo de simetria.
1-1) No século vinte e quatro, não haverá simetria.
2-2) No século seguinte, teremos de volta um eixo de simetria, que estará presente até o século vinte e nove.
3-3) Com mais um século, estará de volta o centro de simetria, que aparecerá pela última vez.
4-4) Depois do ano 100.000 d.C, teremos de volta um eixo de simetria vertical.

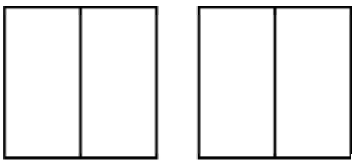
Resposta: VVFVV

Justificativa:

O candidato precisará associar cada século à forma tradicional de numera-lo, através de algarismos romanos. As letras X e I comportam eixos e centro de simetria; mas, V, C, D e M só possuem um eixo de simetria (horizontal, em C e D, e vertical, em V e M). A letra L não possui eixo horizontal nem vertical.

0-0) VERDADEIRA, pois XXII e XXIII são imagens gráficas com um eixo de simetria horizontal.
1-1) VERDADEIRA, pois XXIV é uma imagem sem simetria.
2-2) FALSA, pois XXV, XXVI, XXVII e XXVIII não têm simetria, apesar de XXIX ter eixo horizontal.
3-3) VERDADEIRA, pois XXX é figura com centro de simetria. Nos números romanos mais altos não ocorrerá mais o centro de simetria.
4-4) VERDADEIRA, pois o século mil, e outros posteriores, terão eixo vertical.

12. Um prisma tem a vista ortogonal frontal igual à sua vista lateral, conforme mostra a figura abaixo. Pode ser um poliedro convexo ou não convexo. Conforme seu formato de base, o seu volume poderá medir, em cm^3:



0-0) 3
1-1) 4
2-2) 5
3-3) 6
4-4) 7

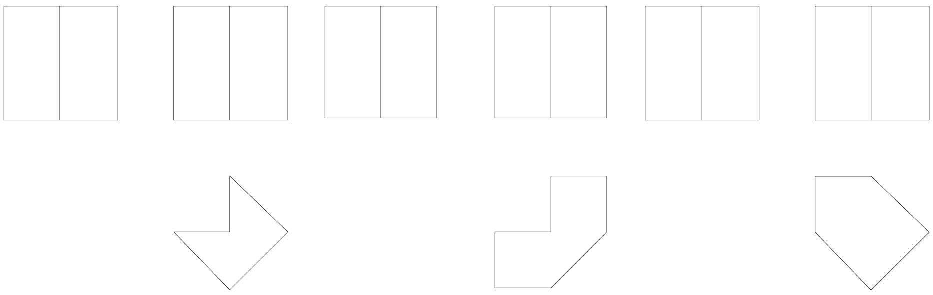
Resposta: VVVVV

Justificativa:

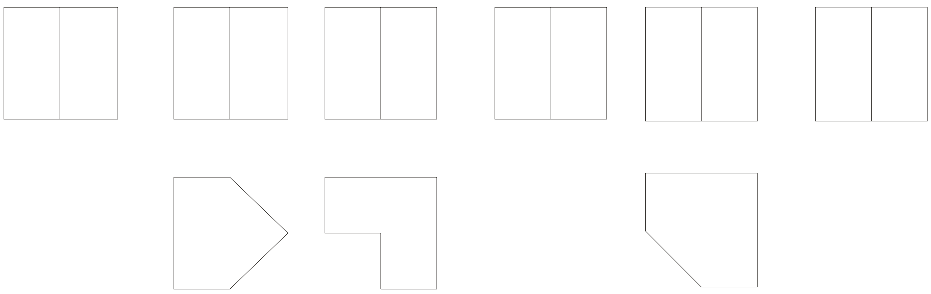
É muito grande a quantidade de formas que podem ter a base do prisma. Conferindo com a escala milimetrada a dimensão de 2cm para a aresta do cubo em que está inscrito o prisma, o candidato precisará encontrar polígonos, convexos ou não convexos, inscritos em quadrado de 2cm de lado, que necessariamente tenham vértices no ponto médio dos lados desse quadrado, para justificar as arestas laterais do prisma que aparecem no meio do contorno das duas vistas dadas.

TODAS AS OPÇÕES SÃO VERDADEIRAS. Há um só prisma com volume de $3cm^3$ e um só prisma com volume de $7cm^3$, que são os valores mínimo e máximo para o volume. Os volumes intermediários permitem mais de uma solução para o formato da base.

Exemplos:

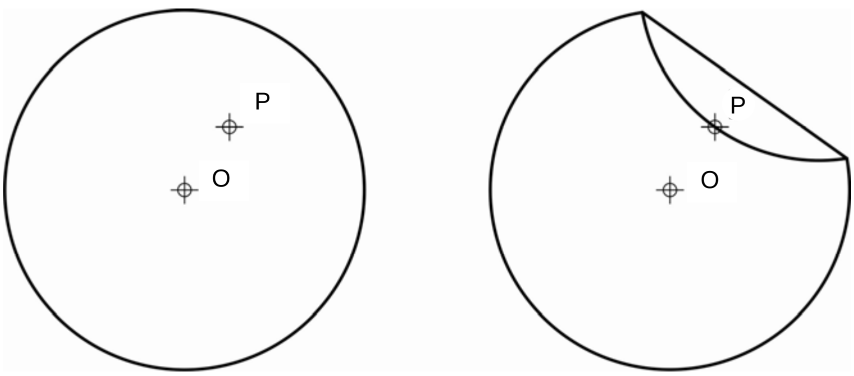


(mínimo) $3cm^3$ $5cm^3$ $5cm^3$



$6cm^3$ $6cm^3$ (máximo) $7cm^3$

13. Considerando-se um círculo qualquer e um ponto (P) no seu interior, e fazendo-se dobras sucessivas no círculo, de modo que um ponto qualquer da sua circunferência sempre fique sobreposto a (P), o conjunto de dobras definem as tangentes de uma curva. Sobre tal curva, podemos afirmar que:



0-0) A curva é uma circunferência concêntrica com o círculo.
1-1) A curva é uma elipse e o ponto (P) é um dos seus focos.

2-2) A circunferência é o lugar geométrico dos simétricos de um dos focos em relação às tangentes.
3-3) O ponto (P) e o centro da circunferência definem a distância focal.
4-4) O eixo maior da curva tem medida igual ao raio do círculo.

Resposta: FVVVV

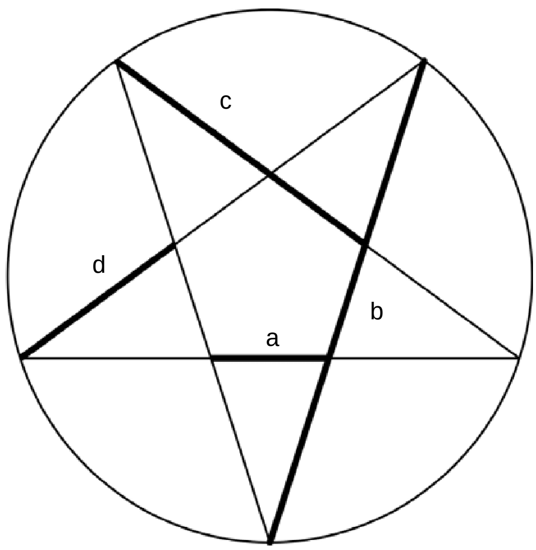
Justificativa:

O candidato não precisará usar os instrumentos de desenho. Deverá lembrar que a linha de dobra entre um ponto qualquer da circunferência e o ponto (P) será a mediatriz entre estes dois pontos, e que confirma a propriedade de que assim, a circunferência do círculo diretor é o lugar geométrico dos pontos simétricos de um foco de qualquer curva cônica em relação às suas tangentes.

0-0) FALSA, a curva é circunferência quando (P) coincidir com o centro do círculo.
1-1) VERDADEIRA, pois a elipse é o lugar geométrico dos pontos que eqüidistam de um ponto (P) e uma circunferência, quando (P) é interior à circunferência, não coincidindo com seu centro.
2-2) VERDADEIRA, pela verificação da propriedade dos simétricos dos focos nas curvas cônicas.
3-3) VERDADEIRA, pela verificação da propriedade dos raios vetores das curvas cônicas.
4-4) VERDADEIRA, pela verificação da propriedade dos raios vetores das curvas cônicas.

14. Um segmento de reta, qualquer, está dividido em seção áurea, ou média e extrema razão, quando a razão maior para a menor é igual ao segmento inteiro, dividido pela parte maior.

No pentágono regular estrelado, verifique as situações que são verdadeiras em relação à existência de uma proporção áurea.



0-0) Entre o raio da circunferência que circunscreve o polígono e o lado do polígono.
1-1) Os segmentos (b) e (c) estão em proporção áurea.
2-2) Para este tipo de polígono, a proporção envolve a relação entre o perímetro da circunferência que circunscreve e a soma dos lados do polígono.
3-3) A proporção áurea existe entre os segmentos (d) e (b).
4-4) A proporção áurea é encontrada apenas entre os lados de um retângulo, que por propriedade possibilita encontrar um outro retângulo de igual proporção que é subtraído de um quadrado de lado igual ao lado menor do retângulo original.

Resposta: FVFFF

Justificativa:

O candidato não precisará usar todos os instrumentos de desenho; mas, poderá medir os segmentos e verificar a razão entre eles. Deste modo, pode constatar se a razão corresponde a da proporção áurea.

Em segmento qualquer, dividido em dois outros (Smaior e Smenor), temos que: $\frac{\text{Smaior}}{\text{Smenor}} = \frac{(\text{Smaior} + \text{Smenor})}{\text{Smaior}}$.

Se Smaior=1, então, $\text{Smenor} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

0-0) FALSA, pois no decágono regular é que se observa a proporção áurea entre o raio da circunferência e o lado do polígono inscrito;

1-1) VERDADEIRA, porque a razão entre estes segmentos é de $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$;.

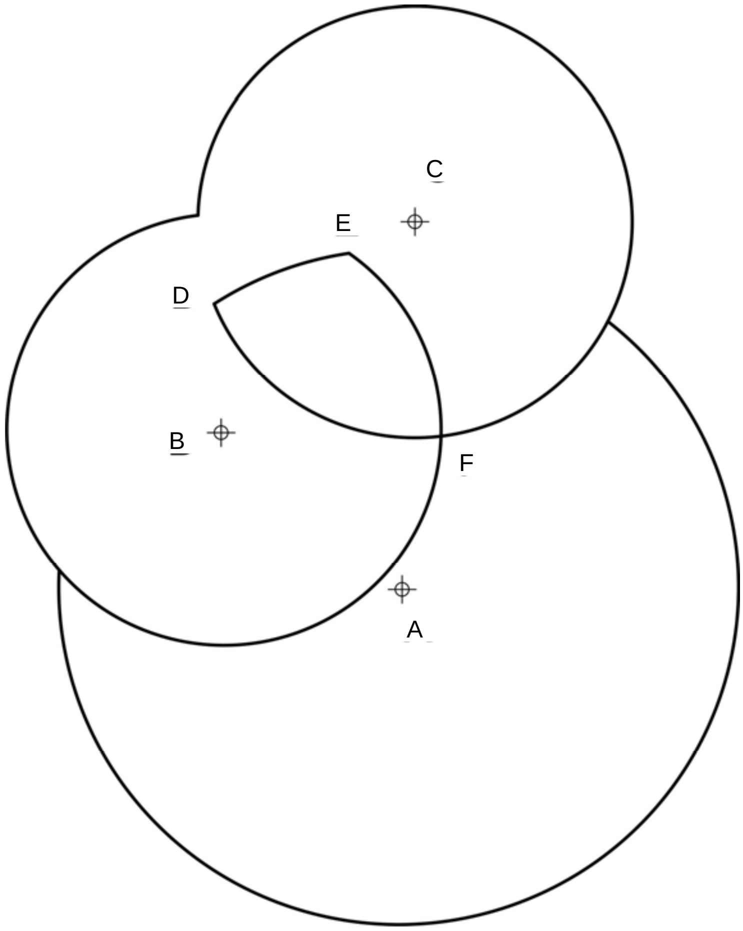
2-2) FALSA, porque a razão entre essas duas medidas não é $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$;

3-3) FALSA, porque a razão entre essas duas medidas não é $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$, a proporção áurea existe entre os segmentos: **b** e **c**, **c** e **d**, **d** e **a**;

4-4) FALSA, porque a proporção áurea é uma razão entre dois segmentos, e esta proporção é encontrada na natureza em varias situações, inclusive nas proporção do corpo humano, Esta propriedade é uma característica do retângulo áureo, muito utilizada e admirada pelos artistas da idade média.

QUESTÕES DE CORREÇÃO VISUAL

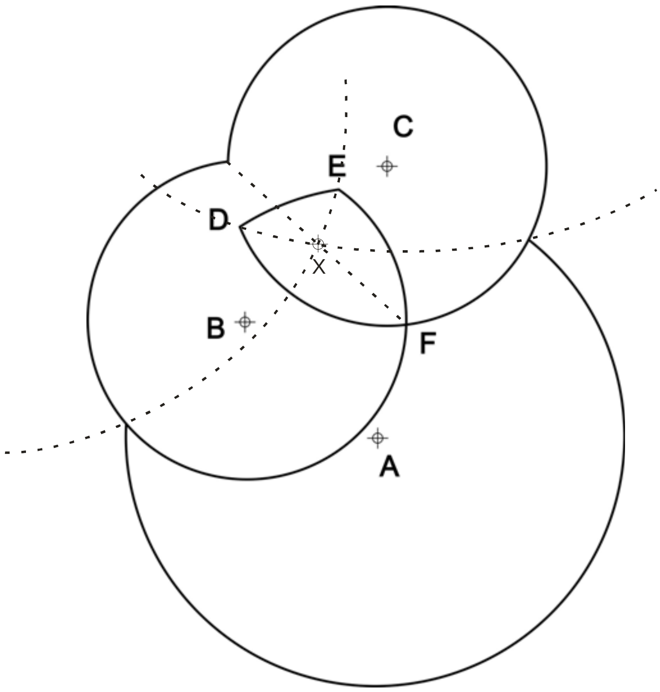
15. A figura é a planta de uma piscina composta pela interseção de três cilindros de revolução, com bases de centros A, B e C. Seu fundo tem três níveis diferentes, sendo o mais baixo o do triângulo curvilíneo DEF, resultante da interseção dos três círculos. Use homotetia ou qualquer outro processo para duplicar as medidas lineares da figura, transferindo-a para a folha de respostas. Nela, localize a posição do ralo de esgotamento da piscina, que deve ser eqüidistante dos lados do triângulo curvilíneo DEF. Justifique a determinação desse ponto, através de lugares geométricos.


C
E
D
B
F
A

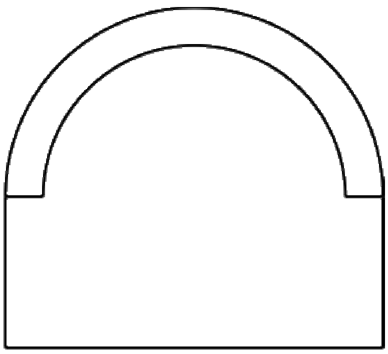
Resposta:

Justificativa:

É uma questão de traçado a instrumento, localizando a resposta na interseção da mediatriz de BC com a hipérbole de focos A e B ou com a hipérbole de focos A e C.



16. A figura abaixo é uma vista ortogonal de uma cadeira, olhada de cima para baixo. Represente-a na mesma escala, de duas outras formas distintas, justificando o tipo de representação utilizado. Responda na folha de respostas.



Resposta:

Justificativa:

É uma questão de traçado a instrumento. O candidato pode usar outras vistas ortogonais e/ou perspectivas. Também pode usar a planificação da superfície ou qualquer forma de representação que seja capaz de descrever.